

基桩屈曲的几何非线性有限元分析

赵明华, 汪 优, 黄 靓

(湖南大学 土木工程学院, 长沙 410082)

摘 要: 将桩身视为空间受力的梁单元, 利用更新的拉格朗日坐标体系考虑梁单元的几何非线性; 并采用弧长控制法求解有限元非线性方程组, 进行基桩屈曲的几何非线性有限元分析。利用 Matlab 语言编制了相应的计算程序, 将某现场木桩压屈试验实测屈曲临界荷载与理论分析比较, 吻合良好。大量计算分析表明, 桩周土地基系数、基桩埋入比、桩身材料和基桩长细比是影响基桩屈曲荷载大小的重要因素, 在设计和施工中都应重视和考虑。

关 键 词: 基桩; 屈曲; 几何非线性; 弧长控制法

中图分类号: TU 472

文献标识码: A

Geometrically nonlinear finite element analysis of pile buckling

ZHAO Ming-hua, WANG You, HUANG Liang

(College of Civil Engineering, Hunan University, Changsha 410082, China)

Abstract: Regarding the pile shaft as a spatial beam element, the geometrical nonlinearity of this element has been considered with the updated Lagrangian coordinate system. And the geometrically nonlinear finite element analysis of pile buckling has been carried out with the calculation of finite element nonlinear equation set by arc-length method. With the corresponding calculation program by Matlab, the calculation result meets well the measured critical load in field buckling experiment of woody piles. At the same time, a great deal of calculation analysis indicates that the foundation ratio of soil around pile, embedding ratio, material and slenderness ratio of pile are important factors that affect the buckling load of pile, which should be regarded and considered during design and construction course.

Key words: pile; buckling; geometrically nonlinear; arc-length method

1 引 言

基桩在轴向荷载下产生屈曲变形时, 桩周将受到土体的约束, 由于土体力学特性的复杂性, 导致基桩屈曲问题研究较一般压杆屈曲问题要复杂得多。大量实验研究表明, 当基桩自由长度较大时, 很可能产生屈曲破坏, 尤其是软弱土层中的基桩, 更应考虑其稳定性分析^[1~4]。随着我国山区高速公路建设的发展, 高桥墩桩基应用更为广泛, 基桩的屈曲问题已成为不可避免的设计计算关键问题之一。

国内外确定基桩屈曲临界荷载的方法很多, 如 Rayleigh-Ritz 法^[2, 3]、伽辽金法^[5]、幂级数解法^[6]等。但上述方法尽管可得到该问题的部分解析解或半解

析解, 但往往边界条件受到约束, 且难于考虑基桩的复杂应力状态。近年来, 随着计算机技术的迅速发展, 利用有限元方法分析基桩考虑桩土共同作用下的屈曲变形特性越来越多^[7~9], 可近似地考虑桩周土的非线性特征和桩身的 $P-\Delta$ 效应。

本文拟采用考虑几何非线性的空间梁单元, 利用 Matlab 语言编制弧长控制法求解非线性方程组的相应计算程序, 考虑基桩屈曲的几何非线性, 对复杂应力条件下基桩的屈曲问题进行探讨。

2 基桩屈曲几何非线性有限元方法

2.1 计算模型的建立

文献[10]计算结果表明, 桩侧摩阻力作用对基

桩屈曲分析的影响极微,一般情况下均可忽略不计。故本文在进行分析时,未考虑桩侧摩阻力作用对基桩屈曲分析的影响。

设基桩屈曲计算模式如图1所示,其中桩身采用空间梁单元,同时利用更新的拉格朗日坐标系考虑梁单元的几何非线性刚度矩阵,即在计算过程中,以最后一个已知平衡构形,即 t 时刻的物体构形为参照构形;同时将土抗力视为作用于梁单元的横向分布荷载,其通用计算表达式为

$$q = b_1 c (z_0 + z)^n x^m \quad (1)$$

式中 b_1 为桩的计算宽度; c 为地基系数; z_0 为地面处抗力不为零时的虚拟桩长,通常砂性土 $z_0 = 0$, 粘性土 $z_0 \neq 0$; z 为桩的入土深度; x 为桩的水平位移; 其中,根据指数 m 的取值不同,可分为线弹性地基反力法和非线性弹性地基反力法,在线弹性地基反力法中,根据 n 值的不同,又可用于常用的张氏法、 k 法、 m 法和 C 法等。

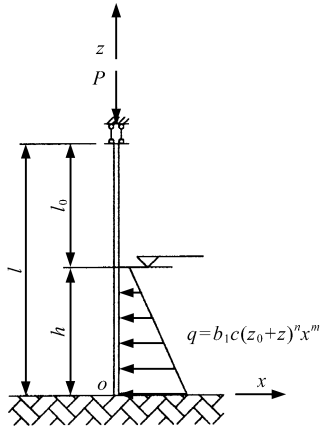


图1 基桩屈曲计算模式

Fig.1 The analytic sketch for buckling of a pile

2.2 有限元方程组的建立

将结构离散为有限个单元,通过能量泛函的变分原理,可导出空间梁单元的几何非线性刚度矩阵^[11],然后将各单元的刚度矩阵集成成结构总体刚度矩阵,即

$$\sum_1^n [k] \{\delta\} = \sum_1^n \{F\} \quad (2)$$

式中 n 为单元数目;在总体坐标系下, $[k]$ 为空间梁单元刚度矩阵; $\{\delta\}$ 为单元节点位移, $\{F\}$ 为单元节点力。

在结构总体坐标下,将上式写成如下形式:

$$[K] = \{\Delta q\} \{F\} \quad (3)$$

式中 $[K]$ 为各单元刚度阵增广叠加所得的结构总

体刚度矩阵; $\{\Delta q\}$ 为各节点在总体坐标系下的位移。

有限元法用于非线性分析,必须不断地更新刚度矩阵来考虑所存在的非线性效应。把有限元方程(2)写成增量形式:

$$[K]_i^j \{\Delta q^j\} = \Delta \lambda_i^j \{F^r\} + \{R\}_i^j \quad (4)$$

式中 上标 j 表示增量步;下标 i 表示迭代步; F^r 为结构的参考外荷载向量; R 为不平衡力向量; λ 为荷载比例因子。

2.3 有限元方程组的弧长控制法求解

将计算中某一个在屈曲时反应明显的分量作为人为的控制增量,设其为 Δq_2 ,将刚度矩阵和位移矢量按控制与不控制的分量分开,采用两步技巧,即

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix}^j \begin{Bmatrix} \Delta q_1 \\ \Delta q_2 \end{Bmatrix}_i = \Delta \lambda_i^j \begin{Bmatrix} F_1^r \\ F_2^r \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} R_1 \\ R_2 \end{Bmatrix}_i \quad (5)$$

对应方程右端两部分,并考虑到矩阵分解的实际情况,在一个增量步中一直采用初始矩阵,在迭代中不再进行修改,则式(5)变成

$$[K]_i^{(j)} \{\Delta q^I\}_i = \{F^r\} \quad (6)$$

$$[K]_i^{(j)} \{\Delta q^{II}\}_i = \{R\}_i^{(j)} \quad (7)$$

对于弧长法,考虑每施加一个增量步时控制走多长的一段曲线,需要对荷载增量比例参数施加一个约束方程: $\{\Delta q\}_1^T \{\Delta q\}_1 + (\Delta \lambda_1)^2 = ds^2$, ds 是弧长,由人为控制的值。为保证迭代最近地收敛,迭代路径应沿 j 点切线的垂直面上,也就是该面上矢量 $\overline{\Delta q}$ 的标量积为零,如图2所示,即

$$\overline{t} \cdot \overline{\Delta q} = 0 \quad (8)$$

式中 $\overline{t} = \Delta q_e \overline{e}_i + \Delta \lambda_1 \overline{e}_j$; $\overline{\Delta q} = \Delta q_i \overline{e}_i + \Delta \lambda_i \overline{e}_j$ 。

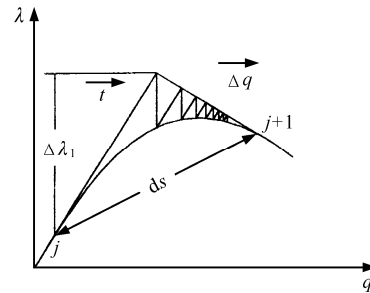


图2 弧长控制法示意图

Fig.2 The sketch of arc-length method

用矩阵形式表示上式,则

$$\{\Delta q\}_i^T \{\Delta q\}_i + \Delta \lambda_i \Delta \lambda_i = 0 \quad (i=2, 3, \dots) \quad (9)$$

本文弧长约束方程的矩阵形式(即式(9))与通常所采用的曲面弧长法和平面弧长法相比,形式简洁,物理意义明晰,便于编程。

同时,把未知矢量分解为两部分

$$\{\Delta q\}_i = \Delta \lambda_i \{\Delta q^I\}_i + \{\Delta q^{II}\}_i \quad (10)$$

式中 $\{\Delta q^I\}$ 及 $\{\Delta q^{II}\}$ 由方程(6)求得。再把式(10)代入式(9)解出未知荷载增量因子为

$$\Delta \lambda_i = - \frac{\{\Delta q\}_i^T \{\Delta q^{II}\}_i}{\{\Delta q\}_i^T \{\Delta q^I\}_i + \Delta \lambda_i} \quad (11)$$

其中在第一次迭代前可认为结构处于平衡,因而不平衡力为零,即 $R^I = 0$ 。

如此迭代至收敛或最大迭代次数,则转入下一个增量步。

2.4 计算机软件开发

根据上述推导,本文采用 Matlab 语言编制了利用弧长法进行稳定分析的有限元计算程序。程序的编制以线性分析为基础,通过更新每一步的刚度矩阵来考虑单元的几何非线性。程序设计框图如图 3 所示。

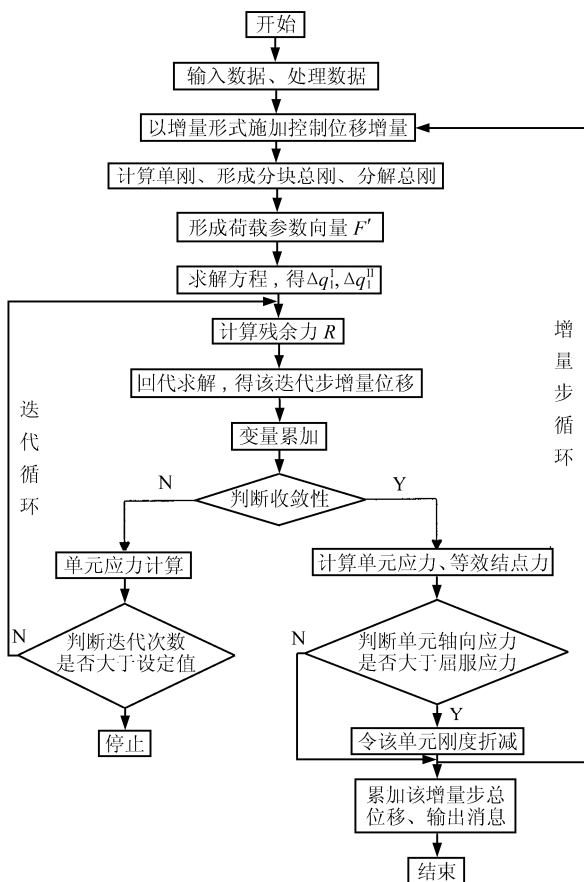


图 3 程序设计流程图

Fig. 3 Flow chart for finite element method by arch method

3 计算实例分析

现以文献[1]中某现场木桩压屈试验(Klohn, 1964 年)为例,以验证本文方法及其计算程序的可靠性。

该试桩是经油浸处理过的木桩基础,桩长 $l=31.09$ m, 桩身伸出地面部分自由长度 $l_0=15.85$ m, 如土深度 $h=15.24$ m, 平均桩径 $d=0.26$ m, 桩材弹性模量 $E=1.12 \times 10^7$ kPa, 按变截面换算得桩身抗弯刚度 $EI=5\ 066$ kN·m²[4]。桩尖位于卵石层, 桩周土为软粘土, 根据《公路桥涵地基与基础设计规范》可查得地基比例系数 $k=5\ 000 \sim 10\ 000$ kN/m⁴, 试验实测基桩屈曲临界荷载值为 300~340 kN。计算时将基桩分成 30 个梁单元, 分别计算当 $k=5\ 000$, 7 000, 10 000 kN/m⁴ 时基桩的屈曲荷载, 计算结果如图 4 所示。

从图可以看出,随着地基系数 k 值的变化,基桩的屈曲荷载在 250~350 kN 之间变化,和试验实测结果比较一致;也可看出,土抗力的提高给桩身提供了更大的约束作用,从而使得基桩的屈曲荷载得到大幅度的提高。计算表明,本文方法和计算程序可用于基桩屈曲的几何非线性分析。

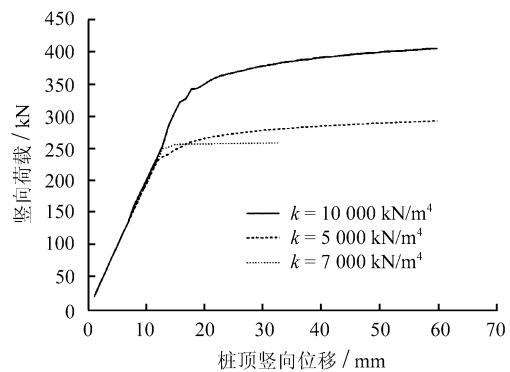


图 4 基桩屈曲荷载-桩顶位移图(不同地基系数)

Fig. 4 The buckling load-displacement of a pile on top curves with various coefficients of subgrade reaction

4 影响因素分析

为了进一步了解基桩的屈曲特性,本文在上述计算实例的基础上,分别对桩周土地基系数、基桩埋入比、桩身材料以及基桩长细比等影响因素进行了大量比较计算。

4.1 桩周土地基系数的影响

仍以文献[1]中木桩的几何参数为例分析如下,取地基系数 $k=5\ 000, 6\ 000, 7\ 000, 8\ 000, 9\ 000, 10\ 000$ kN/m⁴, 可得基桩屈曲荷载-桩顶竖向位移曲线如图 5 所示。

由图可见, 地基系数对屈曲荷载的影响明显, 随着地基系数的增大, 基桩的屈曲荷载也随之增大。但是, 随着地基系数 k 值的增大, 荷载并不是呈线性增长, 而是阶段性的增大, 即当地基系数在一定范围变化时, 其对基桩屈曲荷载的影响不明显。

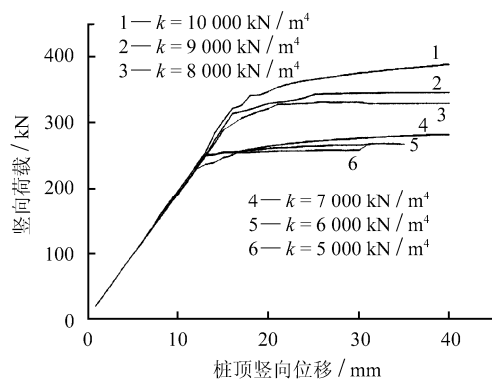


图5 基桩屈曲荷载-桩顶位移图 (不同地基系数)

Fig.5 The buckling load-displacement of a pile on top curves with various coefficients of subgrade reaction

4.2 基桩埋入比的影响

若考虑基桩埋入比对屈曲荷载的影响, 则取地基系数 $k=10\,000\text{ kN/m}^4$, 基桩的埋入比 $h/l=0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9$ 时的情形进行计算, 可得到基桩的屈曲荷载-桩顶竖向位移曲线如图6所示。

图6表明, 基桩的埋入比对于屈曲荷载的影响较大, 随着埋入比的增大, 基桩屈曲荷载随之增大, 这也间接表明, 桩周土抗力给基桩提供了有效的约束作用, 对基桩的稳定性有很大影响。

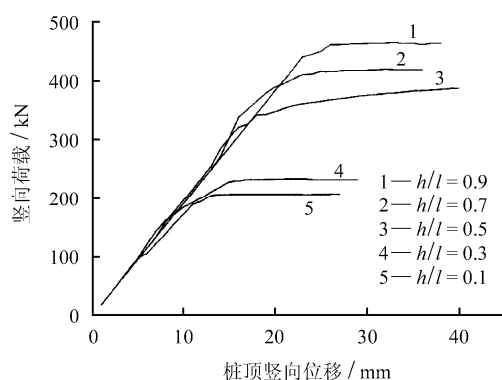


图6 基桩屈曲荷载-桩顶位移图 (不同埋入比)

Fig.6 The buckling load-displacement of a pile on top curves with various embedding ratios

4.3 桩身材料强度的影响

桩身材料强度也是影响基桩屈曲承载能力的一个重要因素, 若分别设桩身材料为钢材 (Q235)、混凝土 (C40) 和木材时的情形, 其中基桩埋入比

为 0.5, 地基系数取 $10\,000\text{ kN/m}^4$ 。可得图7所示计算结果。

从图可以清楚看到, 材料对基桩屈曲荷载的影响很大。随着桩身材料强度的提高, 基桩的屈曲荷载也得到大幅度的提高。

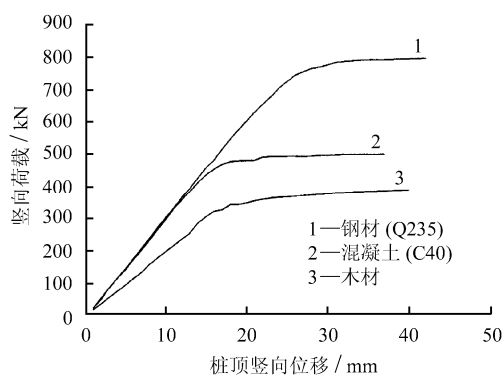


图7 基桩屈曲荷载-桩顶位移图 (不同材料)

Fig.7 The buckling load-displacement of a pile on top curves with various materials

4.4 基桩长细比的影响

在基桩的稳定分析中, 基桩的长细比也是一个主要影响因素, 故本文对长细比 $l/d=160, 120, 80, 40, 20$ 时的几种情况进行了比较计算, 其中基桩埋入比为 0.5, 地基系数取 $10\,000\text{ kN/m}^4$ 。计算结果如图8所示。

由图可见, 基桩长细比对基桩屈曲有很大的影响, 随着长细比的增大, 基桩稳定性下降, 屈曲荷载也随之降低。

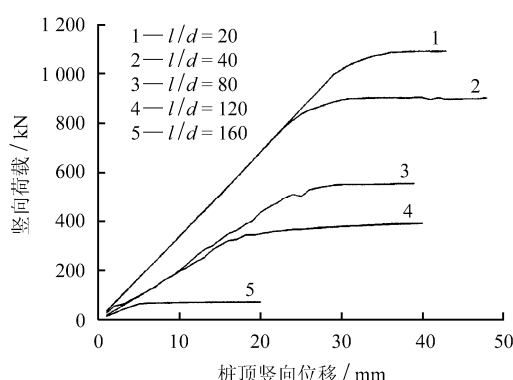


图8 基桩屈曲荷载-桩顶位移图 (不同长细比)

Fig.8 The buckling load-displacement of a pile on top curves with various slenderness ratios

5 结 语

(1) 本文采用弧长控制法对非线性问题进行求解, 并修改了弧长控制法的弧长约束方程, 使之在物理意义上更加明晰, 形式更为简洁, 便于编程。

(2) 利用 Matlab 语言编制了可以进行屈曲分析的有限元程序, 可以方便地考虑土的层状构造、桩材特性和桩身的 $P-\Delta$ 效应, 并能得到桩身各个截面的受力状态及荷载-位移全过程图, 计算结果比较接近实际, 满足工程要求。

(3) 程序计算中, 控制分量的选取及其增量步大小的控制也是非常重要的, 选取不当将造成数值计算不收敛和出现误差, 应仔细了解结构特性, 从而正确选择所需的控制分量和合理设置增量步长, 保证计算收敛, 误差较小。

(4) 桩周土地基系数、基桩埋入比、桩身材料以及基桩长细比是影响基桩的屈曲荷载大小的重要因素, 在设计和施工中都应重视和考虑。

此外, 基桩屈曲变形模态对基桩的屈曲分析将存在一定的影响, 因此, 很有必要结合各影响因素对基桩的屈曲模态进行分析, 以进一步了解基桩屈曲的工作机理。

参考文献

- [1] Klohn E J, Hughes G T. Buckling of long unsupported timber piles[J]. *ASCE Journal of Soil Mechanics and Foundation Division*, 1964, 90(6): 107—225.
- [2] Toakley A R. Buckling loads for elastically supported structures[J]. *ASCE Journal of Engineering Mechanics*, 1965, 91(3): 205—231.
- [3] Reddy A S, Valsangkar A J. Buckling of fully and partially embedded piles[J]. *ASCE Journal of Soil Mechanics and Foundation Division*, 1970, 96(6): 1 951—1 965.
- [4] 赵明华. 桥梁桩基的屈曲分析及试验[J]. *中国公路学报*, 1990, 3(4): 47—56.
- [5] 彭锡鼎. 考虑桩侧土壤弹性抗力时桩的临界荷载计算[J]. *土木工程学报*, 1996, 29(5): 43—48.
- [6] 赵明华. 桥梁桩基计算与检测[M]. 北京: 人民交通出版社, 1999.
- [7] Joseph E. Bowels. *Foundation Analysis and Design*[M]. New York: Mc Graw-Hill Companies, 1998.
- [8] 吴鸣, 赵明华. 大变形条件下桩土共同作用及试验研究[J]. *岩土工程学报*, 2001, 23(4): 436—440.
- [9] 赵明华, 吴鸣, 郭玉荣. 轴、横向荷载下桥梁基桩的受力分析及试验研究[J]. *中国公路学报*, 2002, 15(1): 50—54.
- [10] 赵明华, 王季柏. 基桩计入摩阻力的屈曲分析[J]. *岩土工程学报*, 1996, 18(3): 87—90.
- [11] 项海帆, 刘光栋. 拱结构的稳定与振动[M]. 北京: 人民交通出版社, 1991.